

Probabilités conditionnelles

Probabilité de A sachant B.

Soient A et B deux événements, l'événement B étant de probabilité non nulle. La probabilité de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé est notée $p_B(A)$ (ou aussi $p(A|B)$). Elle est donnée par la formule

$$p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}.$$

On en déduit que

$$p(A \cap B) = p(B) \times p_B(A).$$

Evénements indépendants

Soient A et B deux événements de probabilités non nulles. On peut donner trois définitions équivalentes de l'indépendance des événements A et B :

- A et B sont indépendants si et seulement si $p_B(A) = p(A)$.
- A et B sont indépendants si et seulement si $p_A(B) = p(B)$.
- A et B sont indépendants si et seulement si $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$.

Variables aléatoires discrètes indépendantes

Soient X et Y deux variables aléatoires discrètes prenant respectivement les valeurs x_1, \dots, x_n et y_1, \dots, y_m .

- X et Y sont des variables aléatoires indépendantes si et seulement si pour tout entier i tel que $1 \leq i \leq n$ et pour tout entier j tel que $1 \leq j \leq m$

$$p((X = x_i) \cap (Y = y_j)) = p(X = x_i) \times p(Y = y_j).$$

Formule des probabilités totales

A_1, A_2, \dots, A_n sont n événements (n étant un entier naturel supérieur ou égal à 2) tels que :

- chaque événement A_i a une probabilité non nulle,
- deux événements quelconques A_i et A_j , $i \neq j$, sont incompatibles (c'est-à-dire que pour tous entiers distincts i et j tels que $1 \leq i \leq n$ et $1 \leq j \leq n$ on a $p(A_i \cap A_j) = 0$),
- la réunion des événements A_1, A_2, \dots, A_n est l'ensemble des cas possibles Ω .

Alors, pour tout événement B

$$\begin{aligned} p(B) &= p(B \cap A_1) + p(B \cap A_2) + \dots + p(B \cap A_n) \\ &= p(A_1) \times p_{A_1}(B) + p(A_2) \times p_{A_2}(B) + \dots + p(A_n) \times p_{A_n}(B). \end{aligned}$$